УДК 517.977

А. А. Якименко, доц., канд. физ.-мат. наук
(БГТУ, г. Минск)

МОДАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ОДНОЙ ДВУМЕРНОЙ СИСТЕМОЙ ЗАПАЗДЫВАЮЩЕГО ТИПА

Рассмотрим двумерную линейную стационарную систему с запаздывающим аргументом с одним входом и двумя соизмеримыми запаздываниями вида

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t-h) \\ x_2(t-h) \end{bmatrix} +$$

$$\begin{bmatrix} 0 & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t-2h) \\ x_2(t-2h) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t), \qquad (1)$$

где $h > 0$ – постоянное запаздывание. Предполагается, что выполнено условие $c_{12} \neq 0$. В этом случае равенство нулю элемента c_{11} не ограничивает общность системы (1).

Характеристический квазиполином системы (1) имеет вид

$$\sum_{i=0}^{2} \sum_{j=0}^{4-2i} \alpha_{ij} \lambda^i e^{-j\lambda h},$$

где $\alpha_{ij} \in \mathbb{R}$ – числа, зависящие от коэффициентов системы (1), $\alpha_{20} = 1$. Задача модального управления состоит в том, чтобы для любых наперед заданных чисел β_{ij}, где $i = 0, 1, 2$, $j = 0, \ldots, 4-2i$, $\beta_{20} = 1$, найти такой линейный регулятор, что система (1), замкнутая этим регулятором, имеет характеристический квазиполином вида

$$\sum_{i=0}^{2} \sum_{j=0}^{4-2i} \beta_{ij} \lambda^i e^{-j\lambda h}.$$

Регулятор будем искать в форме

$$u(t) = q'_{00} x(t) + \sum_{i=0}^{L} \sum_{j=1}^{N} q'_{ij} x^{(i)}(t - jh) + \int_{-h}^{0} q'(s) x(t+s) ds, \qquad (2)$$

где $q_{ij} \in \mathbb{R}^2$, штрих $(\cdot)'$ означает транспонирование, L, $N \in \mathbb{N}$, $x(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) & x_2(t) \end{bmatrix}'$, $x^{(i)}(\cdot) \equiv \dfrac{d^i x(\cdot)}{dt^i}$, $x^{(0)}(\cdot) \equiv x(\cdot)$.

Имеет место следующая

Теорема. Для того, чтобы система (1) в случае $c_{12} \neq 0$, $b_{11} \neq 0$ была модально управляема регулятором вида (2), необходимо и достаточно, чтобы было выполнено условие

$$\delta(\xi_i) \neq 0,\ i = 1,\ 2,$$

где $\delta(\xi_i) = a_{11} + b_{11}e^{-\xi_i h} - \xi_i$, $i = 1, 2$. При этом регулятор, решающий задачу модального управления имеет вид:

$$u(x_1, x_2) = \begin{bmatrix} -a_{21} & -a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -b_{21} & -b_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t-h) \\ x_2(t-h) \end{bmatrix} +$$

$$+ \begin{bmatrix} -c_{21} & -c_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t-2h) \\ x_2(t-2h) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} q_1(\cdot) & q_2(\cdot) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \frac{c_{12}}{b_{11}} m \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix},$$

где $q_1(\cdot)$, $q_1(\cdot)$ – компоненты регулятора, решающего задачу модального управления для следующей системы нейтрального типа:

$$\begin{bmatrix} \dot{y}_1(t) \\ \dot{y}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & \frac{b_{11}b_{12} - a_{11}c_{12}}{b_{11}} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1(t-h) \\ y_2(t-h) \end{bmatrix} +$$

$$+ \begin{bmatrix} 0 & \frac{c_{12}}{b_{11}} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{y}_1(t-h) \\ \dot{y}_2(t-h) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u_1(t).$$

Эти компоненты были получены в работе [1].

ЛИТЕРАТУРА

1. Якименко, А. А. Управление динамическими системами с запаздывающим аргументом нейтрального типа воздействием линейной обратной связи: дис. … канд. физ.-мат. наук: 01.01.02 / А. А. Якименко. – Минск, 2008. – 113 с.

УДК 532.517; 621.928

А. М. Волк, доц., канд. техн. наук
(БГТУ, г. Минск)

К РАСЧЕТУ ПЛЕНОЧНОГО ЦЕНТРОБЕЖНОГО РАСПЫЛИТЕЛЯ

Пленочные распылители находят широкое применение в технических устройствах, применяемых для тепломассопереноса, сушки, орошения, нанесения красок [1].

При расчете режимов работы данных устройств важное значение имеет режим движения пленки жидкости.

Рассмотрим стационарное осесимметричное ламинарное движение пленки вязкой жидкости по внутренней стенке вертикального ко-